

1. Algorytmiczne rozwiązywanie problemów
2. Dodajemy i odejmujemy liczby naturalne sposobem pisemnym
3. Liczymy średnią arytmetyczną
4. Szukamy najmniejszego elementu
5. Porządkujemy obrazki i inne elementy



## Warto powtórzyć

1. W jaki sposób realizujemy sytuacje warunkowe w środowiskach Báltie i Scratch?
2. Jak działa polecenie warunkowe w środowiskach Báltie i Scratch?
3. W jaki sposób tworzymy zmienną w środowisku Scratch?

## 1. Algorytmiczne rozwiązywanie problemów

W algorytmicznym rozwiązywaniu problemu wyróżniamy następujące kroki: określamy problem i cel do osiągnięcia, analizujemy sytuację problemową, opracowujemy rozwiązanie, czyli **algorytm**, zapisujemy rozwiązanie, np. w postaci programu, sprawdzamy rozwiązanie problemu dla przykładowych danych.

W podręczniku często podajemy przykłady algorytmicznego rozwiązywania problemów. Problemy i cele do osiągnięcia wyróżniono nawiasami klamrowymi, np. w punkcie 1. z tematu 2., w punkcie 2. z tematu 7.

Po krótkiej analizie problemu opracowujemy rozwiązanie – w podręczniku wyróżnione ramką z kluczykiem.

Rozwiązania realizujemy często w aplikacji komputerowej, np. arkusza kalkulacyjnym, lub w wybranym języku programowania.

Na koniec sprawdzamy działanie algorytmu dla różnych danych.



### Algorytm

Uporządkowany i uściślony sposób rozwiązania danego problemu, zawierający szczegółowy opis wykonywanych czynności w skończonej liczbie kroków.



### Ćwiczenie 1. Podajemy przykłady algorytmicznego rozwiązywania problemów

Znajdź w podręczniku trzy wyróżnione klamrami opisy problemów. Wskaż kroki algorytmicznego rozwiązywania problemu, m.in.: jak sformułowano problem i cel do osiągnięcia, jak określono sposób rozwiązania i w jaki sposób sprawdzaliśmy rozwiązanie danego problemu.

## 2. Dodajemy i odejmujemy liczby naturalne sposobem pisemnym

Marzysz o podróżach po Europie rowerem. Jesteś w sklepie rowerowym i sprawdzasz ceny. Chcesz znać kwotę potrzebną na zakup roweru, sakw, nawigacji rowerowej i kasku. Nie ma obok ciebie sprzedawcy i nie masz urządzenia do liczenia, nawet smartfonu. W jaki sposób szybko dodać ceny, które są liczbami wielocyfrowymi, korzystając tylko z kartki i ołówka?

Pisemne dodawanie liczb naturalnych polega na osobnym dodawaniu jednośc, dziesiątek, setek itd.

$$\begin{array}{r} 1235 \\ 211 \\ 421 \\ + 132 \\ \hline 1999 \end{array}$$

Rys. 1a. Dodawanie „bez przenoszenia”

$$\begin{array}{r} 122 \\ 1428 \\ 325 \\ 589 \\ + 273 \\ \hline 2615 \end{array}$$

Rys. 1b. Dodawanie „z przenoszeniem”



**Aby pisemnie dodać liczby naturalne, należy:**

- zapisać liczby jedna pod drugą, tak aby cyfry jednośc znalazły się w jednej kolumnie, w kolejnych kolumnach odpowiednio cyfry dziesiątek, setek, tysięcy itd.
- podkreślić zapis kreską,
- dodać cyfry znajdujące się w kolejnych kolumnach, zaczynając od jednośc (czyli od kolumny z prawej strony):
  - jeżeli suma jest jednocyfrowa, to wynik zapisać pod kreską w tej samej kolumnie (rys. 1a),
  - jeżeli suma cyfr jest dwucyfrowa, to cyfrę jednośc sumy zapisać pod kreską w tej samej kolumnie, a cyfrę dziesiątek sumy – nad sąsiednią kolumną po lewej stronie („przenoszoną” cyfrę wyróżniono kolorem niebieskim – rys. 1b).

Na rysunkach 1a i 1b pokazano przykładowe obliczenia kwoty (w złotówkach) potrzebnej na zakup różnych modeli roweru, sakw, nawigacji i kasku. Dla uproszczenia przyjmujemy, że ceny są liczbami naturalnymi.



**Ćwiczenie 2.** Sprawdzamy działanie algorytmu dodawania liczb sposobem pisemnym

Okazuje się, że sakwy możesz pożyczyć od kolegi. Chcesz obliczyć kwotę na zakup roweru, nawigacji i kasku. Zgodnie z podanym algorytmem wykonaj w zeszycie przedmiotowym następujące działania:  
 $1235 + 421 + 132$ ,  $1428 + 589 + 273$ .

Chcesz sprawdzić, jaki będzie koszt zakupów bez sakw. W jaki sposób od sumarycznej kwoty zakupów odjąć pisemnie cenę, która jest liczbą wielocyfrową?

Pisemne odejmowanie liczb naturalnych polega na odejmowaniu kolejno jednośc, dziesiątek, setek itd. Odjemną zapisujemy na górze, a pod nią odjemnik.



### Ćwiczenie 3. Zapisujemy algorytm odejmowania liczb sposobem pisemnym

Zapisz w zeszyte przedmiotowym (lub w edytorze tekstu) algorytm pisemnego odejmowania liczb naturalnych – podobnie jak opisano algorytm pisemnego dodawania. W opisie uwzględnij dwa przypadki:

1. Jeśli górna cyfra jest większa lub równa dolnej, wynik zapisujemy pod kreską w tej samej kolumnie (rys. 2a).
2. Jeśli górna cyfra jest mniejsza od dolnej, to cyfrę odjemnej z sąsiedniej kolumny po lewej stronie zmniejszamy o 1, a do cyfry z aktualnej kolumny dodajemy 10 („rozmienioną”, czyli pomniejszoną o 1, cyfrę zapisano kolorem niebieskim). Wykonujemy odejmowanie, zapisując jego wynik w tej samej kolumnie pod kreską (rys. 2b).

$$\begin{array}{r} 1999 \\ - 211 \\ \hline 1788 \end{array}$$

Rys. 2a. Odejmowanie „bez rozmienniania”

$$\begin{array}{r} \phantom{0}511 \\ 2\cancel{8}\cancel{1}5 \\ - 325 \\ \hline 2290 \end{array}$$

Rys. 2b. Odejmowanie „z rozmiennianiem”



### Ćwiczenie 4. Sprawdzamy działanie algorytmu odejmowania liczb sposobem pisemnym

Chcesz sprawdzić różnicę pomiędzy cenami różnych rowerów, sakw, nawigacji z licznikiem i kasków. Zgodnie z podanym algorytmem, wykonaj w zeszyte przedmiotowym następujące działania:  
 $1428 - 1235$ ,  $325 - 211$ ,  $589 - 421$ ,  $273 - 132$ .

## 3. Liczymy średnią arytmetyczną

Zamierzamy obliczyć średnią arytmetyczną dwóch liczb. Jak wykonuje się obliczenia z wykorzystaniem zmiennych w poznanych środowiskach programowania?



**Aby obliczyć średnią arytmetyczną dwóch liczb**, należy obliczyć sumę tych liczb i podzielić ją przez 2.

Na przykład dla liczb 5 i 4 średnia wyniesie:  $(5 + 4) : 2 = 9 : 2 = 4,5$ .

Aby policzyć średnią arytmetyczną kilku liczb, obliczamy ich sumę, którą dzielimy przez ich liczbę.

Na przykład, dla sześciu liczb 4, 5, 4, 2, 5, 4 średnia wyniesie:  
 $(4 + 5 + 4 + 2 + 5 + 4) : 6 = 24 : 6 = 4$ .



### Ćwiczenie 5. Sprawdzamy algorytm obliczania średniej arytmetycznej dla przykładowych danych

1. Oblicz średnią arytmetyczną pięciu liczb: 5, 3, 4, 1, 35.
2. Oblicz średnią arytmetyczną swoich ocen z informatyki.

### Uwaga !

W nazwach zmiennych wykorzystywanych w językach programowania zazwyczaj nie używamy polskich liter. Dlatego zamiast „średnia” będziemy pisać „srednia”.

Algorytm obliczania średniej arytmetycznej dwóch liczb zapiszemy w wybranym środowisku programowania. Zaczniemy od obliczenia sumy dwóch liczb. Użyjemy trzech zmiennych o nazwach *liczba1*, *liczba2*, *suma*. Wartości zmiennych *liczba1* i *liczba2* będziemy wprowadzać z klawiatury po uruchomieniu programu.



Żeby użyć **zmiennych** w wybranym środowisku programowania, musimy je utworzyć. Zmiennej o danej nazwie możemy **przypisać** wartość lub wyrażenie.

W środowisku programowania Scratch tworzyliśmy już zmienną. Na przykład, aby zapamiętać w niej wartość wyniku w grach komputerowych (temat 7).

Aby przypisać zmiennej wartość, stosujemy polecenie **ustaw**. Możemy wpisać konkretną wartość lub umieścić element **odpowiedź**, np.:

ustaw *liczba1* na 50

– przypisuje zmiennej *liczba1* wartość 50,

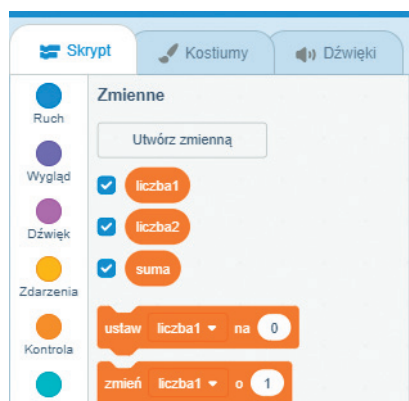
ustaw *liczba1* na odpowiedź

– przypisuje zmiennej *liczba1* wartość wprowadzoną z klawiatury po uruchomieniu programu.

Aby zmiennej przypisać wartość wyrażenia, stosujemy polecenie **ustaw** i odpowiednio uzupełnione elementy z grupy **Wyrażenia**, np.:

ustaw *srednia* na *srednia* / 2





– przypisuje zmiennej *srednia* wartość wyrażenia  $suma : 2$ .






**Rys. 3a.** Panel tworzenia zmiennych (Scratch) – ćwiczenie 6.



**Rys. 3b.** Obliczanie sumy dwóch liczb (Scratch) – ćwiczenie 6.

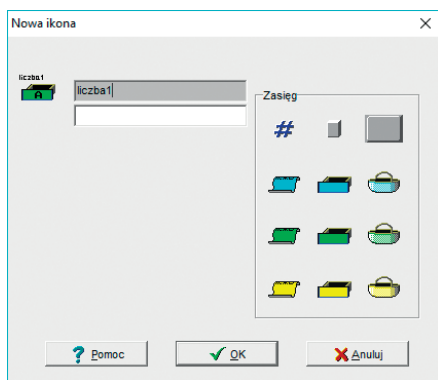
Aby utworzyć nową zmienną w środowisku programowania Baltie, możemy wybrać element **Nowa zmienna**  z panelu poleceń w trybie **Programowanie/ Zaawansowany**. Otworzy się okno dialogowe **Nowa ikona** (rys. 4a), w którym wpisujemy nazwę zmiennej, np. *liczba1*. Określamy też typ zmiennej, np. czy dane będą liczbami całkowitymi (niebieska szuflada) czy rzeczywistymi (zielona szuflada). Liczby rzeczywiste to np. liczby naturalne, liczby całkowite, ułamki. W przypadku zmiennej typu rzeczywistego na ekranie pojawi się element . Nazwę nowej zmiennej (np. *liczba1*) zobaczymy w lewym górnym rogu elementu z rysunkiem szuflady. Aby przypisać zmiennej wartość, stosujemy polecenie **Przydziel** , po którym podajemy konkretną liczbę lub element **Klawiatura** , np.:

  **5 0** – przypisuje zmiennej typu rzeczywistego *liczba1* wartość 50,

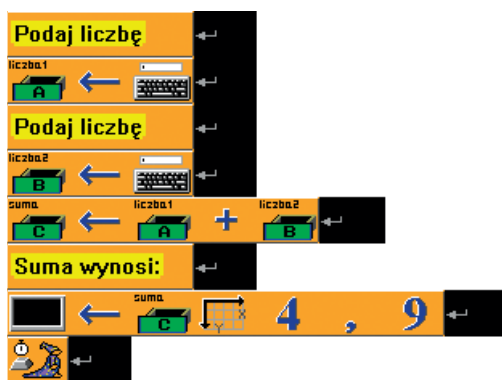
   – przypisuje zmiennej typu rzeczywistego *liczba1* wartość wprowadzoną z klawiatury po uruchomieniu programu. W przypadku zmiennych typu rzeczywistego można wprowadzić liczbę z częścią ułamkową zapisaną po kropce, a nie po przecinku jak w zapisie matematycznym.

Aby zmiennej przypisać wartość wyrażenia, stosujemy polecenie **Przydziel** symbole działań (operatory) z rozszerzonego panelu poleceń i odpowiednie wartości, np.:

    **2** – przypisuje zmiennej *srednia* wartość wyrażenia  $suma : 2$ .



**Rys. 4a.** Okno tworzenia nowej zmiennej (Baltie) – ćwiczenie 6.



**Rys. 4b.** Obliczanie sumy dwóch liczb (Baltie) – ćwiczenie 6.



### Ćwiczenie 6. Obliczamy sumę dwóch liczb

1. W wybranym środowisku programowania utwórz program obliczający sumę dwóch liczb *liczba1* i *liczba2*, których wartości będziemy wprowadzać z klawiatury. Wynik przypisz zmiennej *suma* i wyświetl na ekranie.
2. Zapisz program w pliku pod nazwą *suma*.
3. Uruchom program i sprawdź jego działanie dla kilku par danych.



## Ćwiczenie 7. Programujemy algorytm obliczania średniej arytmetycznej

1. Uzupełnij program zapisany w ćwiczeniu 6. o obliczanie średniej arytmetycznej liczb *liczba1* i *liczba2*. Utwórz nową zmienną *średnia*. Wartość średniej przypisz zmiennej *średnia* i wyświetlaj na ekranie.
2. Zapisz program w pliku pod nazwą *średnia*.
3. Uruchom program i sprawdź jego działanie dla kilku par danych.

**Wskazówka (Baltie):** Wartość średniej wyświetlaj po naciśnięciu klawisza **Enter** w tym samym miejscu, co wynik sumy.

## 4. Szukamy najmniejszego elementu

{ Masz pięć ponumerowanych koszyków z piłkami tenisowymi. Chcesz znaleźć koszyk z najmniejszą liczbą piłek. W jaki sposób to zrobić? }

Na początku przyjmujemy, że najmniej piłek jest w pierwszym koszyku (określamy go jako **NAJMNIEJSZY**). Następnie porównujemy liczbę piłek w drugim koszyku z liczbą piłek w pierwszym koszyku. Jeśli w drugim koszyku jest mniej piłek, to teraz drugi koszyk określimy jako **NAJMNIEJSZY**. Porównania liczb piłek w kolejnych koszykach z aktualnie najmniejszą liczbą piłek powtarzamy, aż sprawdzimy wszystkie koszyki.

Przyjmujemy **NAJMNIEJSZY** = *koszyk 1*.

czy $7 < 10$ ?	TAK	czyli teraz <b>NAJMNIEJSZY</b> = <i>koszyk 2</i> .
czy $2 < 7$ ?	TAK	czyli teraz <b>NAJMNIEJSZY</b> = <i>koszyk 3</i> .
czy $5 < 2$ ?	NIE	czyli nadal <b>NAJMNIEJSZY</b> = <i>koszyk 3</i> .
czy $8 < 2$ ?	NIE	czyli nadal <b>NAJMNIEJSZY</b> = <i>koszyk 3</i> .

**Odpowiedź:** Najmniejsza liczba piłek jest w koszyku nr 3 (rys. 5.).



**Rys. 5.** Przykład znalezienia najmniejszego elementu – ćwiczenie 8.

Możemy teraz sformułować algorytm wyszukiwania najmniejszej liczby w zbiorze o dowolnej liczbie elementów, którą określimy jako  $n$ .



**Aby wyszukać najmniejszą liczbę spośród  $n$  liczb**, porównujemy kolejne liczby ze zbioru z najmniejszą znaną liczbą (zapamiętaną osobno). Na początku przyjmujemy, że pierwsza liczba ze zbioru jest najmniejsza. Porównania liczb powtarzamy, aż sprawdzimy wszystkie liczby ze zbioru.



### Ćwiczenie 8. Stosujemy algorytm wyszukiwania najmniejszej liczby

1. Przygotuj odpowiednie pomoce dydaktyczne: ponumerowane kolejno koszyki (pudełka, kubki) i piłki. Umieść w każdym z nich taką liczbę piłek jak na rysunku 5. Przygotuj kartkę z napisem NAJMNIJSZY.
2. Korzystając z przygotowanych pomocy i rysunku 5., wykonaj algorytm wyszukiwania najmniejszej liczby.
3. Dodaj jeszcze dwa koszyki i zmień liczbę piłek w koszykach na: 9, 12, 4, 6, 1, 8, 3.
4. Wykonaj jeszcze dwa razy ten algorytm dla innych danych: dla innej liczby koszyków z inną liczbą piłek.

Do opisanego algorytmu wyszukiwania największej liczby w zbiorze wykorzystamy opis algorytmu wyszukiwania najmniejszej liczby i przygotowane pomoce dydaktyczne. Na początku przyjmujemy, że najwięcej piłek jest w pierwszym koszyku. Następnie porównujemy liczbę piłek z drugiego koszyka z liczbą piłek w pierwszym koszyku. Jeśli w drugim koszyku jest więcej piłek, to teraz drugi koszyk określimy jako NAJWIĘKSZY. Porównania liczb piłek w kolejnych koszykach z aktualnie największą liczbą piłek powtarzamy, aż sprawdzimy wszystkie koszyki.



### Ćwiczenie 9. Stosujemy algorytm wyszukiwania największej liczby

1. Wykonaj algorytm wyszukiwania największej liczby. Skorzystaj z pomocy przygotowanych w ćwiczeniu 8. i rysunku 5. Kartkę z napisem NAJMNIJSZY zastąp kartką z napisem NAJWIĘKSZY.
2. Wykonaj algorytm wyszukiwania największej liczby zgodnie z punktami 3. i 4. z ćwiczenia 8.

## 5. Porządkujemy obrazki i inne elementy

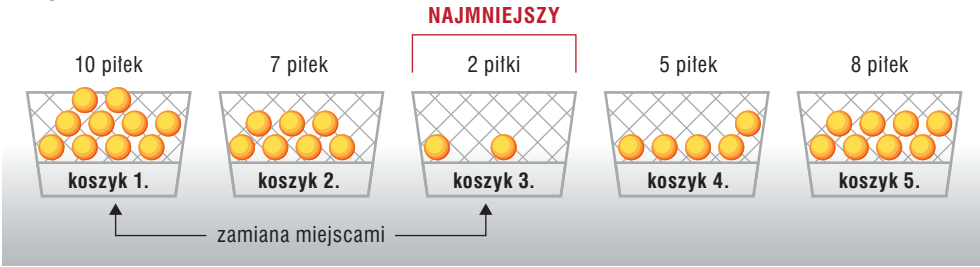
{ Chcesz uporządkować koszyki z piłkami tenisowymi w kolejności od najmniejszej do największej liczby piłek w koszyku. W jaki sposób wykorzystać algorytm wyszukiwania najmniejszego elementu do uporządkowania koszyków? }

Aby uporządkować koszyki w kolejności od najmniejszej do największej liczby piłek w koszyku, wyszukamy najpierw koszyk z najmniejszą liczbą piłek. Skorzystamy w tym celu z algorytmu wyszukiwania najmniejszego elementu. Następnie zamienimy miejscami znaleziony koszyk z koszykiem, który stoi na początku, chyba że jest to koszyk z najmniejszą liczbą piłek. Powtarzamy te czynności z pominięciem koszyków ustawionych już we właściwym porządku (rys. 6.).

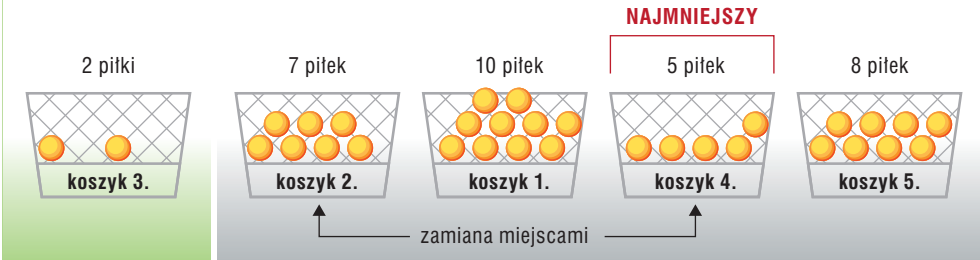
**Krok 1.** Wyszukujemy koszyk z najmniejszą liczbą piłek (*koszyk 3.* z dwoma piłkami) i zamieniamy go miejscami z koszykiem stojącym na początku (*koszyk 1.* z dziesięcioma piłkami).

**Krok 2.** *Koszyk 3.* jest już ustawiony na właściwej pozycji. Przyjmujemy, że najmniejszym elementem jest teraz *koszyk 2.* Wśród czterech pozostałych koszyków wyszukujemy koszyk z najmniejszą liczbą piłek (*koszyk 4.* z pięcioma piłkami) i zamieniamy go miejscami z koszykiem stojącym na początku (*koszyk 2.* z siedmioma piłkami).

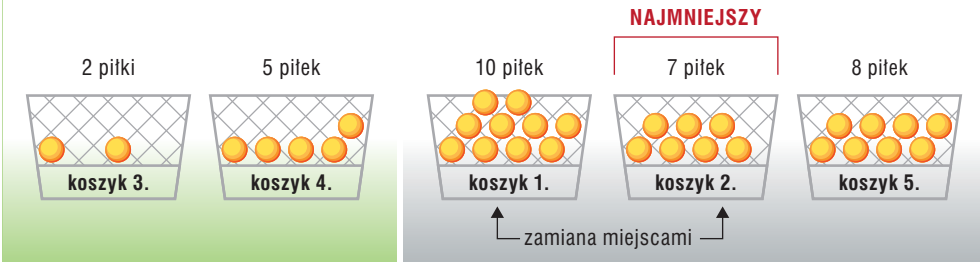
### Krok 1.



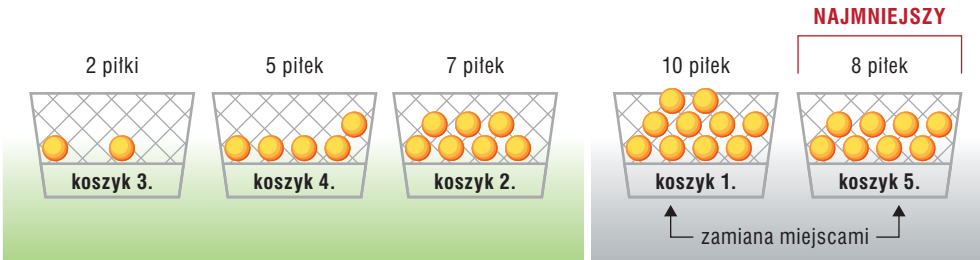
### Krok 2.



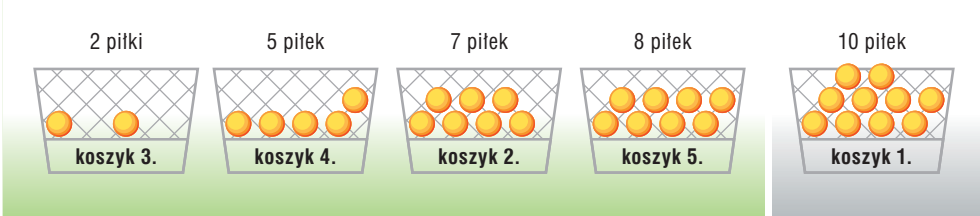
### Krok 3.



### Krok 4.



### Krok 5.



Rys. 6. Przykład realizacji algorytmu porządkowania elementów



Kolejne kroki wykonujemy dopóki nie sprawdzimy wszystkich koszyków. Na końcu pozostał *koszyk 1.*, który stoi już na właściwym miejscu, czyli koszyki zostały uporządkowane. Koszyki z piłkami tenisowymi uporządkowaliśmy metodą nazywaną **metodą porządkowania przez wybieranie**.



Porządkowanie zbioru liczb od najmniejszej do największej **metodą przez wybieranie** polega na wyszukiwaniu w nim najmniejszej liczby i zamienieniu jej miejscami z liczbą, która jest aktualnie na początku zbioru, a następnie powtarzaniu tych czynności z pominięciem liczb już uporządkowanych.



**Ćwiczenie 10.** Omawiamy algorytm porządkowania elementów od najmniejszego do największego

Korzystając z pomocy przygotowanych w ćwiczeniu 8. i rysunku 6., wykonaj algorytm porządkowania elementów od najmniejszego do największego. Wzorując się na opisie kroków 1. i 2., objaśnij kroki 3-5 algorytmu.



**Ćwiczenie 11.** Stosujemy algorytm porządkowania elementów od największego do najmniejszego

Korzystając z pomocy przygotowanych w ćwiczeniu 8., wykonaj algorytm porządkowania elementów od największego do najmniejszego. Wzorując się na opisie kroków 1-5 algorytmu porządkowania elementów od najmniejszego do największego, objaśnij kroki obecnie wykonanego algorytmu.



### Warto zapamiętać

- Algorytm opisuje krok po kroku sposób rozwiązania problemu.
- W algorytmicznym rozwiązywaniu problemu należy pamiętać o sprawdzeniu działania algorytmu dla różnych danych.
- W matematyce stosujemy algorytmy liczenia średniej, pisemnego wykonania działań arytmetycznych, takich jak dodawanie i odejmowanie.
- W algorytmie wyszukiwania najmniejszej liczby w zbiorze przyjmujemy na początku, że pierwsza liczba ze zbioru jest najmniejsza. Porównujemy kolejne liczby ze zbioru z tą liczbą. Jeśli znajdziemy liczbę mniejszą od pierwszej, przyjmujemy, że znaleziona liczba jest najmniejsza i z nią będziemy porównywać kolejne liczby zbioru. Porównania liczb powtarzamy, aż sprawdzimy wszystkie liczby ze zbioru.
- Aby uporządkować zbiór liczb od najmniejszej do największej metodą przez wybieranie, wyszukujemy w nim najmniejszą liczbę i zamieniamy ją miejscami z liczbą, która jest aktualnie na początku zbioru. Następnie powtarzamy te czynności z pominięciem liczb już uporządkowanych.



### Pytania

1. Czym jest algorytm?
2. Jakie kroki wyróżniamy w algorytmicznym rozwiązywaniu problemu?

3. Wyjaśnij na przykładach algorytmy pisemnego dodawania i odejmowania.
4. W jaki sposób liczymy średnią arytmetyczną dwóch liczb? Wyjaśnij na przykładzie.
5. Jak tworzymy zmienne w wybranym środowisku programowania (Scratch, Baitie)?
6. Wyjaśnij na przykładzie zbioru sześcioelementowego, w jaki sposób znajduje się najmniejszą liczbę w zbiorze.
7. Wyjaśnij na przykładzie zbioru sześcioelementowego, w jaki sposób uporządkować zbiór od najmniejszego do największego elementu.



## Zadania

1. W wybranym środowisku programowania utwórz program obliczający iloczyn dwóch liczb i wyświetlający wartość iloczynu na ekranie. Utwórz trzy zmienne o nazwach: *liczba1*, *liczba2*, *iloczyn*. Zapisz program w pliku pod nazwą *iloczyn*.
2. W wybranym środowisku programowania utwórz program obliczający średnią arytmetyczną trzech liczb i wyświetlający wartość średniej na ekranie. Skorzystaj z programu utworzonego w ćwiczeniu 7. Zapisz program w pliku pod nazwą *średnia 3*.
3. W wybranym środowisku programowania utwórz program obliczający, ile minut i ile sekund jest w podanej z klawiatury liczbie godzin. Utwórz trzy zmienne: *godziny*, *minuty*, *sekundy*. Wyświetlaj na ekranie wartości zmiennych *godziny*, *minuty* i *sekundy*. Zapisz program w pliku pod nazwą *czas*.
4. Zgodnie z algorytmami pisemnego dodawania i odejmowania wykonaj działania:  
 $123 + 241 + 511$ ,  
 $5683 + 4298 + 756$ ,  
 $9789 - 231$ ,  
 $5683 - 4298$ .
5. Dany jest zbiór liczb  $\{123, 45, 19, 78, 234, 120, 40\}$ . Korzystając z algorytmu wyszukiwania najmniejszego elementu, znajdź najmniejszy element. Wypisz w zeszycie przedmiotowym wykonywane porównania liczb.
6. W zbiorze podanym w zadaniu 5. znajdź największy element. Skorzystaj z algorytmu wyszukiwania najmniejszego elementu. Wypisz w zeszycie przedmiotowym wykonywane porównania liczb.
7. Korzystając z algorytmu porządkowania metodą przez wybieranie, uporządkuj zbiór podany w zadaniu 5. od najmniejszej do największej liczby. W zeszycie przedmiotowym wypisz kolejne kroki porządkowania.
8. Korzystając z algorytmu porządkowania metodą przez wybieranie, uporządkuj swoje oceny z informatyki od najwyższej do najniższej. W zeszycie przedmiotowym wypisz kolejne kroki porządkowania.

## Dla zainteresowanych

9. W wybranym środowisku programowania utwórz program obliczający pole kwadratu i objętość sześcianu. Zakładamy, że bok kwadratu i krawędź sześcianu są tej samej długości. Wyświetlaj wyniki obliczeń z odpowiednim komunikatem na ekranie. Zapisz program w pliku pod nazwą *pole\_i\_objętość*.
10. Na przykładzie algorytmu porządkowania elementów od najmniejszego do największego przedstaw algorytm porządkowania dziesięciu książek od najcieńszej do najgrubszej. Przygotuj wcześniej odpowiednie pomoce (dziesięć różnej grubości książek).
11. Narysuj w programie Paint rysunki pokazujące stosowanie algorytmu porządkowania elementów od największego do najmniejszego. Możesz wzorować się na przykładzie koszyków z piłkami lub narysować inne elementy.